

Etap 2 , Kategoria 2, klasa III

Zadanie 1

Dwaj chłopcy kupili sobie krótkofalówki o zasięgu 2 kilometrów. Wyszli razem ze sklepu w prostopadłych kierunkach z prędkościami 4 km/h i 3 km/h . Po jakim czasie stracą łączność?

Zadanie 2

Przedmiot rzucony z punktu $(0,0)$ pod kątem 45 stopni wylądował 50 metrów niżej wzdłuż zbocza zdefiniowanego przez równanie $4y + 3x = 0$. Można wykazać, że krzywa zakreślona przez ten przedmiot ma równanie $y = ax^2 + x + c$, gdzie a i c to pewne stałe.

- Znajdź równanie tej krzywej.
- Znajdź maksymalną wysokość przedmiotu nad ziemią.

Zadanie 3

Ułóż równanie kwadratowe mające postać $x^2 + px + q = 0$, którego iloczyn pierwiastków jest równy 4 , a suma kwadratów odwrotności pierwiastków wynosi 2 .

Zadanie 4

Dane jest równanie drugiego stopnia z parametrem m : $x^2 + y^2 - 2mx + 2y + m + 1 = 0$.

- Jaką figurę geometryczną opisuje to równanie w przypadku, gdy $m = 1$?
- Wyznacz wszystkie wartości parametru m , dla których równanie opisuje okrąg. Następnie wybierz liczbę m , dla której prosta $k: 3x + 4y + 1 = 0$ jest styczna do tego okręgu.

Zadanie 5

Miara jednego z kątów ostrych w trójkącie prostokątnym jest równa α .

- Uzasadnij, że spełniona jest nierówność $\sin\alpha - \operatorname{tg}\alpha < 0$.
- Dla $\sin\alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ oblicz wartość wyrażenia $\cos^3\alpha + \cos\alpha \cdot \sin^2\alpha$.